

SCRAPBOOK

EXCERPTS FROM REVIEWS OF BOOKS OTHER THAN "FRACTALS" AND "SELECTA"

Benoit B. Mandelbrot

July 19, 2004

AMM *Logique, langage et théorie de l'information*

par Léo Apostel, Benoit Mandelbrot, & Albert Morf.

Paris: Presses Universitaires de France, 1957, vi+207 pp.

MM *La geometria fractal de la naturaleza*

Milano: Imago (Montedison Progetto Cultura), 1987, 91 pp. Roma: Edizioni Theoria, 1989.

RR *Nel mondo dei frattali.* Roma: Di Renzo Editore (Collana *I Dialoghi*), 2001, 60 pp.

FM *Fractals, Graphics, and Mathematics Education*

Edited by Michael L. Frame & Benoit B. Mandelbrot.

Washington DC: Mathematical Association of America

& Cambridge UK: The University Press, 2002, xiii + 206pp.

MH *The (Mis)behavior of Prices: A Fractal View of Risk, Ruin, and Return*

Benoit B. Mandelbrot & Richard L. Hudson. New York: Basic Books, 2004, xxiv + 328 pp.

ANSA ◊ RR ◊ 23 gennaio 2002 ◊ Notiziario Scienza e Tecnica

PER CAPIRE LE FORME DELLA NATURA

Dalla forma delle nuvole alla ramificazione degli alberi, dalla frastagliatura delle coste alle fessure prodotte dai terremoti nel suolo e alle crepe dei muri: questo universo di elementi naturali, che fino a pochi anni fa si sottraevano ad una rappresentazione matematica adeguata, possono invece essere oggi misurati e studiati con la teoria dei frattali, una sorta di rivoluzione concettuale che ha creato un linguaggio per interpretare la natura.

È al matematico di origine polacca Benoit Mandelbrot che si deve lo sviluppo di questa branca della matematica moderna che ha permesso di computerizzare particolari forme geometriche che prima apparivano quasi come delle mostruosità matematiche, per esempio, linee così contorte che non possono essere considerate a una dimensione, o superfici così scabre che sembravano avere più di due dimensioni. Dal punto di vista matematico, c'è una differenza sostanziale tra forme di questo tipo e figure regolari come rette, triangoli o sfere. D'altra parte, i frattali rispecchiano le forme reali che esistono in natura: non esistono infatti nuvole sferiche o montagne coniche, coste circolari o fiumi rettilinei. Studiando le proprietà dei frattali, Mandelbrot ha quindi elaborato una nuova matematica delle forme in grado di descrivere in modo più approfondito effetti o fenomeni naturali.

Mandelbrot è docente all'Università di Yale ed ha svolto la sua attività scientifica dal 1958 al dipartimento di scienze fisiche del centro di ricerca Ibm di Yorktown Heights. Ha iniziato nel 1965 studiare le particolari forme geometriche poi da lui definite "frattali". Il termine viene dal latino "fractus" (rotto, spezzato), ma in realtà, dice Mandelbrot, "l'irregolarità delle forme naturali è solo apparente e una qualsiasi parte di queste forme, a una analisi dettagliata, tende a riprodurre la figura intera".

La linea costiera di una regione, ad esempio, con i suoi golfi, le sue sporgenze, le rientranze frastagliate, ha una forma simile sia a quella dell'intero litorale in cui è situata sia a quella di un solo promontorio o addirittura di una singola roccia.

Questa "autosomiglianza" è una caratteristica dei frattali come pure quella di avere una "dimensione frazionaria", a metà strada, ad esempio, fra quella di una retta (a una dimensione) e quella di un piano (a due dimensioni). È un esempio che si rifà alla famosa "curva di Peano", inventata nel 1890 dal matematico italiano Giuseppe Peano. Questa curva, definita dallo storico della matematica Carl Boyer "una delle scoperte più inquietanti del tempo", ha una caratteristica paradossale: pur essendo una linea, riesce a passare per tutti i punti di un quadrato, che è una figura del piano.

La geometria frattale fa di questi casi che sfidano la norma i fondamenti di una nuova matematica delle forme, il punto di partenza di una teoria sistematica e ordinatrice capace di trovare il filo della regolarità dove apparentemente c'è solo disordine e caos. Di qui la fortuna e la diffusione di questa teoria in diversi campi del sapere, della linguistica alla fisica, dall'economia (è stata ad esempio usata per studiare l'irregolare andamento della borsa) alla biologia e dovunque la complessità, la causalità e l'instabilità dei fenomeni suggerisce un approccio non convenzionale.

Choice ◊ FM ◊ H.P. Koirala (Eastern Connecticut State University)

As a mathematics educator with an interest in fractals, this reviewer found this book an invaluable resource. Recommended for high school mathematics teachers teaching upper-level honors courses and undergraduate mathematics instructors interested in fractals and chaos, and for high school and university libraries.

Contemporary Psychology ◊ AMM ◊ Vol. III, No. 10 ◊ Davis Howes (MIT)

Mandelbrot is a French mathematician whose thesis on Games of Communication (1952) combined the elements of the theory of games and the theory of information to deduce, on the one hand, the laws of thermodynamics and, on the other, the statistical structure of language. This introduction may frighten a few more skeptical souls who have observed that applications of information theory to psychology usually consist of drawing simple formal analogies between human behavior and the behavior of complex physical systems like computers, without consideration of all the disanalogies between them, or of measuring in bits everything that used

to be measured 25 to 50 years ago by the more satisfactory method of complete probability distributions.

Mandelbrot's work, however, is different. In the first place, he has thoroughly studied the empirical phenomena of language, and indeed has called attention to subtle details in the data that have escaped the attention of people working in the field. At the same time, he understands that the information concept, like its thermodynamic prototype, the statistical definition of entropy, is essentially a theoretical construct rather than a measuring rod. Finally, he has a firm intuitive conception of the linguistic process and never permits either secondary empirical details or formal mathematical complexities to sidetrack him from the major theoretical problem. I know of few works in American psychology that rank with Mandelbrot's analysis of language as an example of sophisticated theoretical method in action.

The first essay of this volume, Macroscopic Statistical Linguistics, offers the non-mathematical reader the fullest and clearest exposition of Mandelbrot's ideas that I have seen. Although no new material is introduced, readers familiar with his technical papers will also find this article valuable because the relaxed style of presentation brings out many insights and suggestions that are buried in the difficulties of the earlier articles. Mandelbrot's theory is founded on the work of the Harvard philologist, G. K. Zipf, who showed that the set of word frequencies found in any large sample of language obey a distribution law of astonishing precision and generality. Indeed, I have heard more than one psychologist argue that the law is too precise and too general to be of any importance! Zipf felt that the explanation of the law was to be found in a principle of least effort governing both the speaker and the listener in the communicative act, but he was never able to give this intuitive idea a clear formulation or to show that the observed law followed from it.

Mandelbrot enters at this point. First, he corrects Zipf's statement of the law to bring it into closer correspondence with the data. Next, he gives a precise mathematical meaning to Zipf's notion of least effort by assuming that, in communicating, one acts to minimize the average cost per word of transmitting a given amount of information—in the mathematical sense given that term by Shannon. He then derives his corrected form of the Zipf law from this postulate for a very general definition of the cost. He proceeds to demonstrate that the same result represents the optimal solution for several similar criteria. In addition, he shows how the parameters of the macroscopic law receive their interpretations in the theory. (In the face of these accomplishments it is perhaps ungracious to complain that he fails to collate these interpretations with empirical measurements of the parameters in actual samples.) These bare bones of the theory are covered by a rich texture of suggestions and speculations for further investigation...

Reading [this book and an earlier volume by Jean Piaget] in the order of their publication, as I did, it is hard not to grow impatient with Piaget's labyrinthine lucubrations. Had I read them in the reverse order, however, I might have become less exercised over the failures of that volume. For the transition from Piaget to Mandelbrot – with all the intensification of theoretical method that is implied therein – is really only a reflection of a rapid improvement in the standards of theoretical method that has touched many areas of psychology recently. Rapid growth inevitably means rapid obsolescence. It is a small price to pay, after all, for the fun of working in a field during that exciting phase of its development.

Financial Times ◊ MH ◊ July 2 2004 ◊ Philip Coggan

THE LONG VIEW: THE END OF NORMALITY

The wild behaviour of markets and investors has attracted the interest of the finest academic minds. They are starting to tear up some of the standard "rules" that had been thought to apply to market movements.

Best known are the assaults on efficient market theory, which states that prices reflect all known information and are set by rational investors. The behavioural finance school has shown that investors have psychological biases that affect their ability to make decisions. Prices can thus depart from fundamentals.

The pattern of price movements is also unusual, as [this] book by the mathematician Benoit Mandelbrot shows. The standard assumption is that financial markets resemble a "bell curve",

or normal distribution. The curve fits some data quite well - the heights of American men, for example, or the results of coin-tossing sequences. But it does not fit the pattern of financial markets. Real trading has far more extreme events - "fat tails" in the jargon - than the bell curve would suggest.

Mandelbrot cites a Citibank study of the foreign exchange markets that saw a 7.9 per cent daily change in the dollar/yen rate, 10.7 times the standard deviation of the data. "Not if Citibank had been trading dollars and yen every day since the Big Bang 15bn years ago should it have happened - not once," he writes.

To use another example, the dollar fell substantially against the yen between 1986 and 2003, and nearly half that decline occurred on just 10 of the 4,695 trading days. In other words 46 per cent of the fall occurred in just 0.21 per cent of the trading time.

This is a problem for many financial models, which assume that markets operate on a bell curve basis. (The bell curve assumption makes the calculations much easier.) The result is that markets are far more risky than people think, as the founders of the US hedge fund Long-Term Capital Management found in 1998.

*One of the wonderful things about the book is that the reader gets a clear picture of the history of financial theory before Mandelbrot proceeds to demolish it. This makes the first half of the book the best financial read since Nassim Nicholas Taleb's *Fooled by Randomness*.*

If the standard assumptions are wrong, what is the right answer? Mandelbrot argues that financial markets display "fractal" patterns - geometric shapes in which a small part is a replica of the whole. An obvious example in nature is the cauliflower.

Furthermore, volatility tends to "cluster", rather like London buses, instead of being spread evenly throughout the data. The fractal structure means that a "power law" is in operation, creating a relationship between the size of the market movements and the frequency of their occurrence. Finally, and perhaps most controversially, markets have long-term "memory", so that each result is not independent of the last but in fact may be influenced by price movements a long time before.

Regular patterns, long-term "waves" - these would appear to be evidence to justify technical analysis. Indeed, some chartists do cite fractal patterns as the basis of their work.

But Mandelbrot rejects their approaches. Talking of technical analysis, Mandelbrot says: "It beggars belief that vast sums can change hands on the basis of such financial astrology". The problem is that "the power of chance suffices to create spurious patterns and pseudo-cycles that, for all the world, appear predictable and bankable. Likewise, bubbles and crashes are inherent to markets. They are the inevitable consequence of the human need to find patterns in the pattern-less".

Although patterns do exist, they cannot be predicted, he writes. "I agree with the orthodox economists that stock prices are probably not predictable in any useful sense of the term."

Naturally, this leads to the question of whether Mandelbrot's insights are of any use. These issues were being discussed in the mid 1990s at conferences organised by the Swiss financier Richard Olsen (who features in the Mandelbrot book). But although many academics and finance professionals were aware of them, that did not prevent the dotcom bubble from developing and bursting. ...

Fractals ◊ FM ◊ Michael F. Shlesinger (Office of Naval Research)

...Without breaking from the ties to mathematical proof, Frame and Mandelbrot believe that the study of fractals has made mathematics exciting. And not only to professionals, but even more so to students, and not necessarily only to math majors. The visualizations of fractals have captured the imagination and led teachers and students alike to wish for more and deeper involvement with the world of fractals. This book is about the experiences of those who have developed fractal mathematics courses and engaged in the teaching of fractals.

The book starts with four essays... [and] continues with 12 articles discussing fractal courses that have been developed and the associated classroom experiences. The level runs from elementary school to honors mathematics classes in college. In every case, there is a common experience of student excitement, the element of fun, and having real learning

appear. The enthusiasm of the students and the teachers alike comes through clearly in each article...

For teachers from elementary school through college, who wish to develop courses and teach about fractals, this book is highly recommended. One can find many useful web sites and discussions of fractal software (e.g. FRACINT). The articles provide ideas on the topics of hardware, software, and textbooks together with accounts of personal experiences for creating and teaching courses on fractals. There are a plethora of topics that are within reach of most students. Most of these are examples of simple rules generating complex geometric figures, many with a type of beauty that can astonish. This book shows that the topic of fractals brings the excitement of modern mathematics to all levels of education.

Journal of Recreational Mathematics ◊ FM ◊ Charles Ashbacher

I was a working mathematician when the concept of fractals hit the world, and like so many others was caught up in the excitement... the field has continued to expand. In this book, you will read about projects where math teachers have incorporated fractals into the curriculum. It is no surprise to me that it was almost universally a success, the sheer beauty of the fractal images guarantees interest... The fact that Nature is irregular and unpredictable in the micro sense, and fractals give us way to describe and maybe understand it. The articles are all well written and easy to follow, and many different types of projects demonstrated ... "fractals" ...do provide a bridge between mathematics and the real world. Therefore, should be part of the mathematics curriculum.

MAA Online ◊ FM ◊ George Ashline (St. Michael's College, Colchester, VT)

Mandelbrot's pioneering work ... energized a new area of mathematics education. Creating a language for the study of "roughness" and developing the associated computer graphics, he provided the general theory for fractals, which offer new insights into understanding many aspects of Nature and the world around us...

...Fractal geometry provides an accessible, interesting setting ... also for mathematics education, and there have been many curricular initiatives in this area. In addition to its impact on middle and secondary school mathematics, fractal geometry has influenced undergraduate mathematics...

As a mathematics professor at a small liberal arts college, I am very interested in ways to help mathematics "come alive" for my students. In this review, I will describe the features of this text and the plethora of innovative ideas found within it for enlivening and enriching mathematics education ...

Many characteristics of fractal geometry ... can enrich mathematics education, including

- *simplicity of many of its underlying ideas, with a short distance to fascinating complexity and unsolved problems.*
- *accessibility to students with various mathematical comfort levels, and ability of those students to take ownership of the material.*
- *beauty of the graphics which connect to the visible world, stimulate student curiosity, and motivate further experimentation.*
- *centrality of the computer in creating these graphics and allowing students to explore, conjecture, and gather new insights.*
- *fun, excitement, and spontaneity created by new topics and problems that arise from often unexpected directions.*
- *emphasis on the human aspect of science and the middle ground offered between quantitative and qualitative fields.*
- *widespread applications and a "common language" for various disciplines, including architecture, art, business, dance, economics, literature, music, psychology, sociology, and technology.*
- *suitability of this new language for the study of "roughness", in many contexts and situations.*

A variety of teachers who have successfully integrated fractals into the curriculum describe their classroom experiences and ... provide the nuts and bolts information which can be tailored

to meet the needs of the distinctive student population at one's own institution and in one's own courses.

For example, some contributors include actual syllabi for fractal courses they have designed, others specify procedures (in a laboratory or on a computer/graphing calculator) for running fractal experiments, and others offer details (including relevant figures and descriptions) of fractal projects and units they have created.

?? ◊ FM ◊ Linda Kallan (Southeastern Oklahoma State University, Durant, OK)

A major strength of this book is the wide range of ideas and activities, which are appropriate for elementary through college-level students.

I highly recommend this book to anyone who is interested in motivating students to learn mathematics. Studying fractals gives all students the opportunity to experience and discover mathematics, and this book gives teachers the tools necessary to incorporate fractals into their lessons.

Ricerca & futuro ◊ RR ◊ n. 23, marzo 2002, pag. 79 ◊ Vincenzo Malvestito

Mandelbrot deve essere stato felicissimo de scrivere questo libro. Genio egocentrico come pochi, ha un'irresistibile incinazione a parlare di se parlare di se stesso anche quando le circostanze lo sconsigliano.

Suppongo, quindi, che convero entusiasmo Mandelbrot abbia colto l'occasione fornitagli dalla stesura de questo libro, che vuol essere metà autobiografia e metà divulgazione scientifica. Nei suoi ricordo, accanto all'atmosfera bourbakista della matematica della prima metà del Novecento, rivivono figure di matematici più o meno note. Interessanti sono pure le sue osservazioni critiche rivolte alla matematica accademica e al "culto della gioventù", critiche ispirate dalla sua storia personale di ribelle e outsider rispetto ai santuari e ai circoli ortodossi della matematica internazionale. Inventore della geometria frattale, non erde un'occasione per ricordarlo e, se la cosa fosse stata possibile, ne avrebbe ricavato un brevetto. Sta di fatto che, in un certo senso, la rivoluzione frattale sta alla rivoluzione non-euclidea rispetto alla geometria tradizionale, come la meccanica quantistica sta alla teoria della relatività nei confronti della meccanica classica. E Mandelbrot ne è stato il pioniere e l'appassionato alfiere.

Questo suo libro di ricordi ripercorre l'iter scientifico di lui infaticabile esploratore, toccando argomenti come la distribuzione delle galassie, l'andamento dei prezzi delle merci in borsa, la teoria del portafoglio in finanza, il regime del Nilo, ed altro, per culminare con l'insieme più complesso del mondo denominato l'insieme di Mandelbrot. L'autore riesce a parlare al pubblico de tutto ciò con linguaggio piano all'insegna della leggerezza, senza usare una sola formula. Insomma, un'introduzione piacevole e comprensibile al dominio di una delle branche più sofisticate della matematica moderna.

Le Scienze, marzo 2002, ◊ RR ◊ N°. 403

LA NASCITA DEI FRATTALI

"Ritengo di aver influenzato, con la mia attività, l'insegnamento della matematica, come anche l'arte di dipingere e la musica".

Così dice, di se stesso, Benoit Mandelbrot- il padre di queste affascinanti e arcinote strutture geometriche- in una succinta autobiografia stampata da Di Renzo in 60 pagine per 7.23 euro (Nel mondo dei frattali, 2001).

La scrittura è accattivante e leggera, sebbene non manchino spunti autoelogiativi.

Supereva Arte, Cultura e Scienze ◊ RR ◊

Fino a poco tempo fa tutte le curve geometriche e le superfici che venivano presentate agli studenti e usate dagli scienziati per esprimere le loro teorie sulla natura erano regolari. Tali forme possono curvarsi, ma devono farlo dolcemente, come un cerchio - eccetto forse in alcuni angoli, come ad esempio quelli di un quadrato.

Una curva regolare che venga sufficientemente ingrandita somiglia sempre di più a una linea retta (è così che si definisce tecnicamente la tangente). Ad esempio, la superficie sferica

della terra sembra quasi piatta se considerata su piccola scala. [...] In altre parole, si può asserire che le tradizionali curve regolari sembrano simili, se considerate da una prospettiva locale. Gli aspetti che le rendono differenti sono evidenti solo se si osserva su grande scala.

Questa non è una procedura corretta se nostra intenzione è quella di comprendere la Natura, proprio perché molte sue strutture sono tali da coinvolgere un ampio raggio di scale. Se consideriamo ad esempio la corteccia di un albero e la rapportiamo alla grandezza di una mano umana, ci appare irregolare. Se ingrandita, sembra ancora irregolare. Se osserviamo le pieghe su grande scala, queste risultano a loro volta ripiegate su scala minore, ed esiste una intera gerarchia di sotto-pieghe e di altra ancor più sotto, proprio sotto ciò che è vicino al livello delle cellule.

Queste forme, apparentemente irregolari, impossibili da rappresentare mediante approcci analitici tradizionali, costituiscono il tratto peculiare di numerosi fenomeni non solo del mondo naturale ma anche di quello economico e sociale: alla loro identificazione si rivolge la geometria frattale. Una proposta rivoluzionaria, frutto delle idee di Benoit Mandelbrot che, dopo aver scosso nella seconda metà degli anni settanta il mondo dei matematici tradizionali, ha raccolto nel tempo sempre maggior consensi e conferme, nei più disparati campi di applicazione.

Le note biografiche riportate dall'autore ci suggeriscono la presenza di una sorta "d'irresistibile predestinazione" alla guida delle difficili vicende che ne hanno accompagnato gli anni della formazione ed in seguito della produzione scientifica.

Nato nel 1924 in Polonia, in una famiglia proveniente dalla Lituania, di salde radici culturali, riceve i primi insegnamenti al di fuori della scuola, avendo come maestro lo zio Loterman. Riferendosi a quelle prime, decisive lezioni, Mandelbrot, riconosce il lascito di una propensione per l'intuizione geometrica piuttosto che per una visione analitica e sistemista degli eventi. Tale propensione avrà modo di rafforzarsi ulteriormente nel corso degli anni, trascorsi a partire dal 1936, a Parigi. Qui, infatti, entrò in scena un'altra figura familiare: lo zio, Szolem Mandelbrojt, professore di matematica al Collège de France, successore dell'illustre Jacques Hadamard, titolare della cattedra già ricoperta da Henri Poincaré all'Accademia delle Scienze.

La formazione scolastica e culturale di Benoit Mandelbrot non può non risentire delle tragiche vicende che precedono e successivamente accompagnano la Seconda Guerra Mondiale. La minaccia delle armi, le pesanti restrizioni economiche, gli impedirono, infatti, la frequentazione di regolari corsi scolastici, rendendolo di fatto, un autodidatta, ma queste condizioni, che per altri potevano rappresentare un severo handicap, furono per lui un'autentica opportunità:

Il motivo per cui questo dono naturale [il pensare direttamente in termini geometrici] non è stato vanificato va ricercato negli eventi che hanno caratterizzato la mia vita adolescenziale e in alcune conseguenze legate alla guerra. Infatti, l'imparare a lavorare con le formule in modo sempre più approfondito, avrebbe potuto danneggiare questa mia inclinazione, ma fortunatamente non è stato così.

E' quindi attribuibile a questo suo "atteggiamento naturale" rispetto alla geometria e alla matematica lo sviluppo successivo che gli consentirà di divenire un vero e proprio anticonformista tra gli scienziati.

Altrettanto decisiva sarà in seguito l'opportunità offerta dal dipartimento di ricerca dell'IBM che gli avrebbe accordato una scelta incondizionata riguardo alle tematiche del proprio lavoro con l'unico obiettivo di favorirne la creatività. Un atteggiamento di illuminato mecenatismo, così comune in tante istituzioni scientifiche fino a qualche decina di anni or sono, ormai completamente rimosso a favore in un pragmatismo che premia solo ricerche che abbiano immediata e sicura potenzialità d'applicazione. Tale avvicendamento non deve essere inteso come l'ennesima colpa dello sviluppo tecnologico, che anzi ha offerto un contributo determinante grazie ai computer ed alla realizzazione di grafici computerizzati per la svolta della geometria frattale, ma a una scarsa attenzione, sempre più diffusa, verso la cultura in senso più ampio. E' proprio contro questo indirizzo che si muove Mandelbrot, con un tentativo, forse utopistico, di recuperare una visione unitaria del sapere, al di là di certi tecnicismi deteriori, in modo da porre in contatto aspetti della attività umana, che a prima vista, possono apparire completamente disgiunti

I poeti romantici hanno spesso avanzato critiche nei confronti dell'industria, dell'ingegneria e di altre attività prodotte dall'uomo, ritenendole non in sintonia con la natura. E' corretto pensare che parte della freddezza associata alle scienze "hard" sia conseguenza della forte relazione che essa ha con nozioni derivate dalla geometria classica. Al contrario [...] il mondo naturale non contiene alcuna linea dritta. [...] Le nuvole non sono sfere, le montagne non sono coni, le costiere non sono cerchi e la corteccia non è liscia, né la luce viaggia su una linea retta. Il ruolo dei frattali era quello di consentire una nuova e completa relazione tra la geometria e la natura. Essa ha introdotto nel settore della geometria un nuovo tipo di ordine, precisamente per sostenere le stesse richieste che i poeti avevano sentito come necessarie per la salvezza dell'eterna geometria!

Una prospettiva, probabilmente destinata ad essere superata, ma che per il suo carattere di intuitività, per il suo completo adeguarsi ad una esigenza umana di partecipazione alla natura, capace di suscitare un profondo fascino nello studioso e nel lettore comune.