

Fractals and The Unity of Knowing and Feeling

1994 本田賞受賞者

HONDA PRIZE

The great mathematician, physicist and writer Henri Poincaré once drew a distinction between the problems that a scientist poses and the problems that pose themselves. The work of early “natural philosophers” addressed itself to problems that nearly everyone could appreciate, see and feel. But, as mathematics, science, and technology developed, they diverged from one another, and the problems that pose themselves to the specialists became increasingly invisible and far removed from the experience of the non-specialists. Who can see and feel a DNA molecule, a Yukawa meson, a p-adic field, or the process of combustion in a car engine?

Very few persons now alive have identified substantial bridges over the chasms that now separate mathematics, science and technology from one another and from the interests of the common man and the child. One of these few persons is Benoit B. Mandelbrot, the originator of fractal geometry, who has given us, not one but a whole collection of such bridges.

Fractal geometry begins with questions like “what is the shape of a cloud, a mountain, a coastline, or a tree?” Clouds are not spheres, mountains are not cones, coastlines are not circles, and bark is not smooth, nor does lightning travel in a straight line compared with standard geometry. Nature exhibits not simply a higher degree but an altogether different level of visual complexity. It challenges us to study forms that Euclid leaves aside as being “formless”, to investigate the morphology of the “amorphous”.

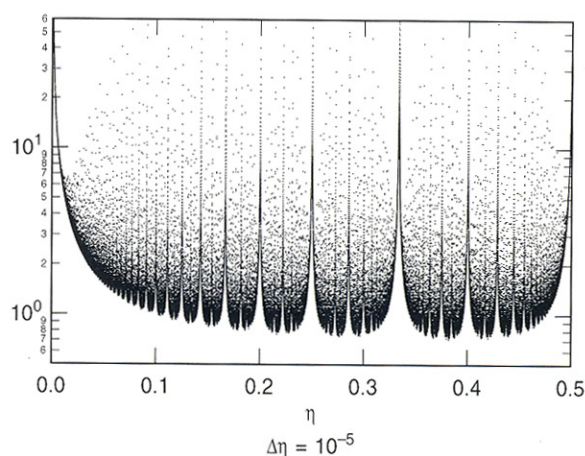
Having raised the question of “what is the shape of a mountain”, Mandelbrot’s response derived from multiple directions. He put heavy reliance on the computer, taming this instrument at an early stage of its existence to be a drawing machine. He brought back the eye into science by using it as a co-witness, next to the customary formulas, of the validity of his theories. He drew from reputedly abstract chapters of mathematics by revealing the profound

simplicity of certain concepts previously judged “pathological”. He revealed (with the computer’s help) that a very simple formula can generate a shape that the eye and the mind both view as utterly complex. And he revealed that “mountain forgeries” based on simple fractal formulas can be strikingly beautiful.

Using the computer and the eye Mandelbrot revived the old mathematical topic of iteration of functions, which necessarily combines a number of distinct mathematical structures. Again, he demonstrated the creative power of simple formulas by showing how an especially simple one yields the Mandelbrot Set. He revealed beauty that strikes everyone’s eye and is indissolubly linked with the beauty that can only strike the mind of the well-prepared mathematician. It seems that these two forms of beauty are two sides of a single phenomenon.

While the above-mentioned investigations have attracted the widest attention, the bulk of Mandelbrot’s work has been devoted to many questions of physics that are technical but use the same methods as his works on mountains and the Mandelbrot Set. His work in physics includes very practical questions, for example, the task of quantifying the notion of roughness. But he has also studied turbulence, percolation, and fractal aggregates, and tackled major conceptual issues, such as those raised by the coexistence in nature of smoothness ruled by differential equations and of orderly roughness ruled by fractals.

Mandelbrot has shown wisdom in not wanting to create a new profession, preferring his work to remain influential in widely ranging existing fields. Therefore, his fractal geometry allowed itself to be subjected to a very exacting way to judge a field’s importance: by its effects on many other on-going investigations. By this standard, few contemporaries have been as bold and as fortunate as Mandelbrot’s. His life work spanning more than forty years has been harmonious and well-balanced.



フラクタル、認識と印象の統合

偉大

な数学者であり、物理学者であり執筆家でもあったアンリ・ポアンカレは、科学者が提起する問題とはほぼ全ての人に認知される問題とを区別していました。古代の「自然哲学者」達が取り組んだのは、誰もが認知し、見聞きし、感じることでできる問題でした。しかし、数学、科学テクノロジーが発達するにつれて、「自然哲学者」達は、互いに袂を分かち、各分野の専門家によって認知される問題は、目に見えにくくなり、普通の人々が認知する問題とはかけ離れたものになりました。DNA分子や湯川博士の中間子、あるいはp進体や自動車のエンジンの燃焼過程を見たり、感じたりできる人が、一体どれくらいいるのでしょうか。

数学と科学とテクノロジーを互いに分断し、子供や普通の大人の知的な好奇心と学問とを分断する深い割れ目にかかる橋を見いだした人は、現在においてもそう多くありません。フラクタル幾何学の創設者であるブノワ・マンデルブローはそうした数少ない人物の一人であり、このような橋を一つだけでなく、その全集合を私たちに提供してくれました。

フラクタル幾何学は、「雲は、山は、海岸線は、あるいは木はどんな形をしているのか」といった質問を問うところから始まります。雲は球ではなく、山は円錐ではなく、海岸線は円ではなく、木の皮は滑らかではなく、稲妻はまっすぐに走りません。自然は単に高度だけでなく、総じて違うレベルの複雑な模様を作り出します。ユークリッド幾何学が「無定形」の研究で見向きもしなかった「漠然とした」形すなわち自然の造形は、私達の知的な好奇心を刺激して止みません。

マンデルブローは「山はどんな形をしているか」という問題を提起し、さまざまな角度から解答を出しました。コンピュータに多大な信頼を寄せ、コンピュータが出現した当初からこれを手なずけ図形を描くための道具として使用しました。コンピュータと簡単な公式を使って科学を目に見えるものにし、彼の理論の正しさを証明しました。かつて

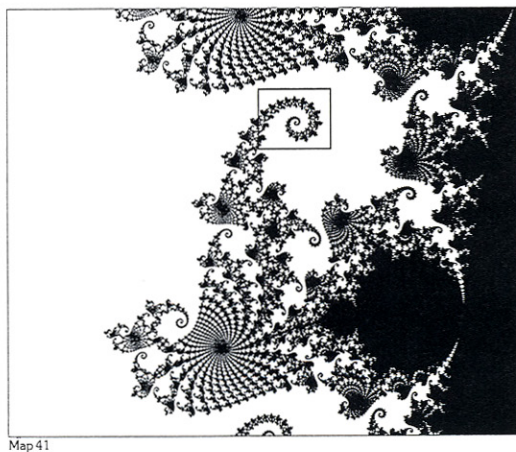
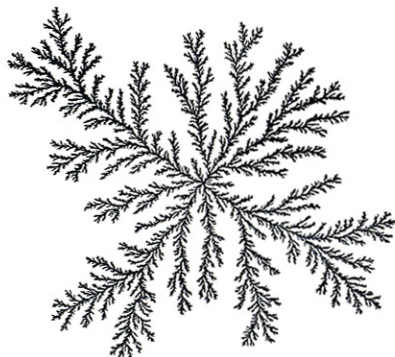
「病的」であると見なされたある種の概念の単純さ、その奥深さを極めることによって、いわゆる抽象的な数学の一分野から彼のアイデアを引き出しました。コンピュータの助けを借りて、簡単な数学の公式が視覚的にも知的にも複雑な図形を作り出すことを明らかにしました。単純なフラクタルの公式から生まれた「偽りの山」が非常に美しいことも明らかにしました。

マンデルブローは彼の独創的なアイデアとコンピュータとを駆使し、関数の反復法という古くからある数学上のテーマに生命を吹き込み、多くの数学の体系を統合しました。マンデルブローの集合を生み出す公式がいかにも単純であることを示すことによって、彼はその単純な公式の創造力を明らかにしたのです。マンデルブローは、全ての人の目を捉える美を明らかにし、数学者にしか見えない美と結びつけました。二つの美は、単一の現象の二側面と考えられます。

先に述べた彼の研究に世界中から関心が寄せられている間、マンデルブローは、山やマンデルブロー集合の研究で用いたのと同じ方法(より技術的ではありますが)を応用することができ多くの物理学の問題に熱心に取り組みました。物理学の研究では、粗さの概念の数量化など非常に実用的な問題も対象にしています。一方で、攪乱運動、浸透、及びフラクタル集合についても研究し、更には非常に重要な概念的な問題、例えば微分により支配される滑らかさとフラクタルにより支配されるゆらぎの自然界における共存にも取り組んでいます。

マンデルブローは新しい分野を創設することを望む代わりに、自分の研究が広範な既存の分野に引き続き影響を及ぼすことを望むことで自身の英知を示しました。つまり、マンデルブローのフラクタル幾何学は、既存の学問に与える影響力の大きさと、その真価が問われることになります。影響力の大きさと、マンデルブローほど際立ち、成功する幸運に恵まれた科学者は近年見あたりません。40余年に及ぶ彼のライフワークは、よく釣合が取れています。

フラクタル幾何学での作図例及び解析図。
Illustrations by fractal geometry.



Map 41